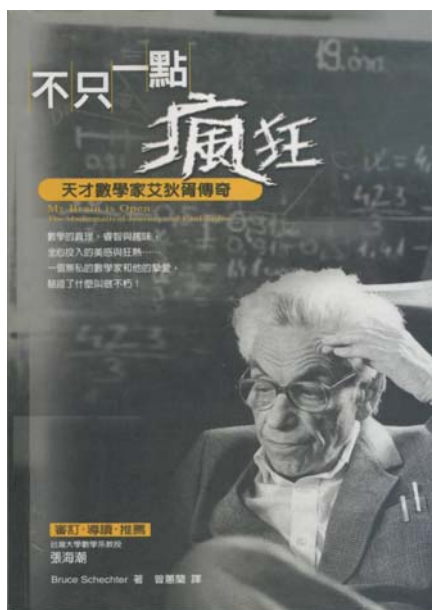


評論《不只一點瘋狂—天才數學家艾狄胥傳奇》

台北縣樹林高中 王鼎勳



書名：不只一點瘋狂

作者：Bruce Schechter

譯者：曾蕙蘭

出版社：先覺出版社

出版年份：1999 年 10 月初版 2004 年 11 月 5 刷

出版資料：平裝本共 278 頁，定價 240 元

國際書碼：ISBN 957-607-402-2

一、內容簡介

公元 1996 年，天才數學家艾狄胥死於心臟病後，本書作者經由艾狄胥好友的建議參加艾狄胥的葬禮，然後透過艾狄胥的眾多好友，慢慢拼湊出艾狄胥一生精彩且豐富的故事。本書從艾狄胥的少年說起，歷經艾狄胥的求學、流亡、父母雙親的影響，以及他獨特的性格介紹。雖然他知交滿天下，但沒有娶妻，更沒有子嗣；他一生飄泊，卻把所有的時間獻給數學。艾狄胥時常提到他改編自著名匈牙利對句的打油詩：

吾心惶恐難耐，
唯恐吾將緩緩離開
最後死於老年痴呆。(第 275 頁)

艾狄胥顯然避開了這個悲劇，他在死前還參加了一個組合學的會議，並發表了兩場演說後，心臟病發，結束他精彩且豐富的一生，而作者用了十個章節將艾狄胥傳奇的一生與數學的研究串連起來，以便讓讀者可以稍稍進入艾狄胥的世

界，其篇章題名如下：

- Chapter 1 旅行；
- Chapter 2 證明；
- Chapter 3 接觸；
- Chapter 4 快樂結局的問題；
- Chapter 5 艾狄胥與西方文明的命運；
- Chapter 6 失樂園；
- Chapter 7 集合之樂；
- Chapter 8 艾狄胥的全盛時期；
- Chapter 9 山姆大叔和喬先生；
- Chapter 10 合作的六度空間；

由這個架構看來，作者將其介紹艾狄胥的方式便不難窺探，先勾勒出艾狄胥一生飄泊但無處不研究數學，而從艾狄胥的妙語：「數學家就是把咖啡轉化成定理的機器。」不難發現艾狄胥燃燒自己的精神與兩人、三人，或更多人合作完成了多數的論文，艾狄胥合作過的對象，超過四百五十人，遠比一般人的泛泛之交還要多。作者在第一章中描述艾狄胥「愛數字也愛數學家」其中說到艾狄胥鐘愛數字，同時其涉獵也廣（乒乓、西洋棋、……），不過艾狄胥最愛的還是數學家。

艾狄胥四歲的時候，由來訪的客人中解決了「100 減去 250 等於多少？」的問題（回答「0 下面的 150！」）後，註定艾狄胥日後要成為數學家。在第二章的內容中，艾狄胥總是喜歡說：「上帝有一本無限天書，裡面記滿了各種定理和他們的最佳證明。」而艾狄胥給人最高的讚美，就是宣稱某條定理就是從「那本書」（聖書證明 book proof），而在第三章中，艾狄胥的父親向艾狄胥提到歐幾里得證明質數有無限多個的證明，便是來自於「那本書」：

令有最大質數 P_N

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \cdots \times P_N$$

顯然地， A 可以為所有的質數除盡，因為我們的開始的設計就是如此。現在我們將 A 加上 1，在來看看得到的數目，姑且稱之為 P 。

$$P = A + 1 = (2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \cdots \times P_N) + 1$$

如果 P 為質數的話，我們的證明就到此為止，因為顯然 P 大於 P_N ，這個結論與假設矛盾，因為我們說 P_N 是最大的質數。

任何一個數字要不是質數，就是質數的乘積，因此如果 P 不是質數，那麼它必定可以被某些質數除盡，但是哪個質數呢？如果以 $2、3、5、7、\dots、P_N$ 質數來除 P ，顯然會產生餘數 1，因為 A 是所有其他質數的乘積，因此必然可以被各個質數除盡。如果 P 不是質數，那麼它一定可以被比 P_N 大的質數除盡。但在我們的假設中，這樣的數不存在。所以 P 不是質數的假設也同樣造成矛盾。因此我們可以說，沒有最大的質數，質數是無限多的。（第 67 頁）

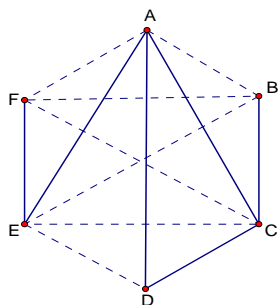
證完了質數有無限多個後，又向艾狄胥證明了兩個連續質數最多可以距離多遠？之後便激發了艾狄胥終身對質數的迷戀。從艾狄胥 11 歲起接觸《中學數學雜誌》，簡稱《中數雜誌》起，艾狄胥與《中數雜誌》淵源可不淺，他多產的數學生涯，可說源起於他在《中數雜誌》上被選中刊登的題解，並透過《中數雜誌》朦朧的照片認識了在無名氏雕像下一起討論數學的伙伴，當然這些伙伴後來全都成為頂尖的數學家，以及艾狄胥合作的第一人選。

從大學起，艾狄胥就開始發展「艾狄胥語」－艾狄胥很喜歡小孩子，堅持叫他們「微量」(epsilons)。蘇聯叫做「喬」；美國則是「山姆」；對艾狄胥而言，音樂與「噪音」無異。酒，他很少沾，那對他而言是「毒藥」。至於他對人類關係的看法，則就有點「政治不正確」了。當朋友結婚時，艾狄胥會說他被「逮住了」。妻子是「老闆」，先生是「奴隸」。「死亡」指的是停止創造原創興數學。如果說某人「離去了」，才真正是說這個人死了。當然艾狄胥語有其幽默詼諧的想法在裡面，但也有為躲避談論政治的尷尬，除了「艾狄胥語」外，在第四章的內容中，艾狄胥為了向一般聽眾解釋拉姆西定理，¹艾狄胥經常訴諸於所謂的「宴會問題」

六個人受邀參加一個親密的聚會，之間有陌生人，也有朋友。請問，在客人當中，是否一定會有三個人是朋友，另外三個人彼此完全陌生？

解答這個問題的方法有很多種，最簡單的或許是將之轉化為圖形問題，在此以圖形表示宴會問題的關係。朋友之間以實線表示，陌生人間則是虛線。

圖形可能會沒有實線或虛線的三角形嗎？



利用拉姆西定理後，解決了艾狄胥好友克雷恩的問題，與茲肯瑞斯合著論文後，茲肯瑞與克雷恩也結婚了，也因此艾狄胥也醉心於拉姆西定理與組合幾何學，更將克雷恩的問題叫做「快樂結局的問題」。

受到政治動蕩不安的影響，艾狄胥在二十一歲完成博士論文後，便第一次離開匈牙利，到了英國劍橋，他的離開，也開始改變西方文明，在第五章的內容中提到「在劍橋時，艾狄胥每碰到數學家，就拿出他自創的一項猜想來向他們挑戰。」雖然這些猜想不見得是對的，但經常改變了該主題研究者的一生，進而改變了西方的文明。隨著政局日漸惡化，艾狄胥也開始計畫離開歐洲。1937 年向普林斯

¹ 為了解決克雷恩提出的「平面上任意排列 5 個點，只要任 3 點不共線，則其中 4 點必可形成一凸 4 邊形」開始推廣，而探討拉姆西定理。

頓高等研究院提出申請，1938年9月28日搭上瑪麗皇后號前往紐約，這一離開便是十年的光陰。進入高等研究院的一年，在艾狄胥一生傳奇式的產量中，是，格外突出的。所到之處皆可取材，所遇之人皆可合作。從未接觸過的「維數理論（dimension theory）」到「艾狄胥－開克定理（Erdős-Kac theorem）」。經過了一年的「天堂」生活，因各種因素而使艾狄胥未獲續聘，在將近十年的時間，艾狄胥都極度珍惜成為研究院永久研究員的機會，可見專心作研究確實是艾狄胥最大的理想生活。

第八章主要是討論「質數定理： $\pi(x)$ 表示不大於 x 的質數的個數， $\ln x$ 是 x 的自然對數。他們發現：隨著 x 的增大， $\pi(x)$ 也不斷增大；同時 $\frac{\pi(x)}{x}$ 這個比值隨著 x 不斷增大而不斷減少； $\pi(x)$ 與 $\frac{x}{\ln x}$ 亦越來越接近。當 x 趨於無限大時， $\pi(x)$ 與 $\frac{x}{\ln x}$ 的比趨於1。」把質數的個數 $\pi(x)$ 這樣一個離散的量用連續量 $\frac{x}{\ln x}$ 來表示，不能不說是一個出色的發現。1896年，阿達瑪(Hadamard)和普桑(De la Vallée Poussin)，利用複變函數的方式證明了質數定理，得到證明本來是很不錯的，但數學家覺得用複變函數這種高等數學的方法來證明數論中的問題，總有些轉彎抹角。於是，尋求用「初等的」方法證明質數定理的嘗試又開始了。1949年，挪威和匈牙利的兩位年青數學家塞伯格(Selberg)與艾狄胥(Erdős)同時用初等方法證明了質數定理。當然誰證明了質數定理，文章中充滿了故事性。但結果也造成了艾狄胥對高等研究院終身研究員的夢想徹底破滅，且由此爭議透露出數學研究方法的變革(獨力v.s.合作)，1948年，艾狄胥十年來首度離開美國，過著與全世界數學家共同研究數學的飄泊生活。

離開美國之後，艾狄胥於阿姆斯特丹停留數月後，於1948年12月回到匈牙利，因其個人篤信平等、個人的需求和不變的人道關懷，再加上他對政治勢力的深切懷疑。終其一生，艾狄胥無法與山姆大叔或喬先生和平共處。由兩個小故事可知：「1949年年初，蘇聯開始展開一連串的公開批鬥。雖然艾狄胥考慮回匈牙利永久定居，但很快便改變心意。『由於政局的變化，我覺得遠離匈牙利才是明智之舉。』」而1953年，艾狄胥似乎有可能永久定居美國，印地安那州南本德(South Bend)的聖母大學，請艾狄胥前來任教一年，一年後，並希望艾狄胥永久留在那裡，但因當時的「反共運動」所造成的影響(艾狄胥母親加入共產黨)，艾狄胥選擇離開。「既然我不想讓山姆大叔和喬先生牽著鼻子走，我當然選擇自由。我覺得我示範了美國的最佳傳統：你不能讓你的政府為所欲為。」往後幾年，艾狄胥便被「遭隔離於美國鐵幕之外」，直到1963年才解禁。而第九章的文末除探討艾狄胥與山姆大叔與喬先生的關係外，還提到了艾狄胥喜歡積極的發掘新秀，並且是一位優秀的指導者，在他培植過的人才中，艾狄胥最屬意但也最遺憾的是波薩(Lajos Pósa)，後來上大學後選擇去教書，放棄了創作數學，所以，艾狄胥才會說：「可惜他那麼年輕就死了。」

經常性的遷移旅行並沒有使艾狄胥疲乏。不斷與數學家會談，聽取各式各樣的新定理和猜想，反而激發艾狄胥產生更多作品。在數學研討會會上，更像棋王

在同時與多位對手對弈似的，從一小組換到另一小組，聽一下討論的題目，提供一點建議，再轉到另一組。這些問題經常來自不同的範疇，但艾狄胥總是能在瞬間轉換思緒，精準的接下去。而隨著時間的過往，與艾狄胥合作過論文的人便形成了一張巨大的網絡，進而引發出「艾狄胥數」(Erdős Number) 的概念。與艾狄胥合寫過論文的人都是「艾狄胥數一號」，和「艾狄胥數一號」合作過的人，則是「艾狄胥數二號」，依此類推。和艾狄胥沒有任何合作關係的人，則屬於「無限艾狄胥數」，這些人不是獨立作業，就是微不足道。第十章的文中提到了「艾狄胥從來不是那種八面玲瓏的人」但他與母親的相處是非常好的，也因此 1964 年，安優卡以 84 歲的高齡，加入了艾狄胥的旅途。據劍橋的老友的妻子安·代文波回憶道：「他非常的孝順母親。看他照顧她的樣子，真的非常感人。」也因為事母至孝，根本無法承受喪母之痛，「保羅一直想談數學，來分散逃避即將發生的事。到了最後一天，我對他說，不，不，還是不要。」可見一斑。安優卡死後，艾狄胥開始每天工作十九小時。要支撐這樣龐大的定理生產機器，光是濃咖啡已經不夠了。為了工作，艾狄胥曾經多年服用安非他命。自從母親去逝後，艾狄胥整天只想工作，於是開始用濃咖啡吞服安非他命。而母親在世時，整理艾狄胥論文副本與信件的事務及財務狀況，這些瑣碎的雜事，就落到美國數學家葛拉漢身上。這位「保羅保母」是眾多「保羅保母」的其中之一，照顧艾狄胥短暫的生活起居外，還得管理他的財務情形。無論如何，艾狄胥仍然居無定所，到處旅行與人合作數學論文。文末提到，就連艾狄胥晚年罹患心臟病，也不放棄任何奉獻給數學的時間。雖然最後沒有死於自己擔心的老年痴呆症，但還是捱不過病魔的纏身，得年八十三歲。「從今以後，再也沒有他的敲門聲，再也沒有午夜電話，再也沒有那狂妄的宣言、挑戰和保證：『我的大腦敞開了！』」

二、評論

從上述討論架構看來，作者雖未與艾狄胥熟識，但透過友人的拼湊，終將艾狄胥精彩的一生，用一本書盡其可能的將他描述出來，期望讀者能對艾狄胥有一點點的認識，所以，本書從艾狄胥的天才童年開始介紹，歷經了艾狄胥的求學、對解題的熱誠、離開自己的祖國與雙親，以及他特有的個性。雖然吾人相信艾狄胥的一生應不只如此，但透過本書的介紹，相信對艾狄胥更無知的讀者而言，卻是言簡意賅的一點提示，艾狄胥精彩一生可以說是用數學串起來的。雖然到處飄泊，但只要有數學，艾狄胥便不覺得苦。

正因為數學幾乎是艾狄胥一生的全部，本書也試著在各章節之間，不斷用數學之美與數學之嚴謹，來回答「數學會有這麼大的吸引力嗎？」首先，他第二章提到了畢氏定理的證明，正是艾狄胥所謂的「聖書證明」，「有些證明在正確之外，的確具有權威、清晰、必然以及單純的特性，數學家通常名為優雅。一個好的證明不僅能使真理確鑿，同時一針見血，能夠啟發心靈。」，而讀完本書後，大概可以了解艾狄胥終身奉獻給數學，無非是要在那本書上留下自己的作品。要不也不會在第八章裡，與塞伯格為了「質數定理」爭破頭，而放棄為自己繼續爭取在

高等研究院的終身研究員，從而飄泊全世界。透過作者的穿針引線，讀者應該比較能進入艾狄胥的世界。而第三章中，從艾狄胥父親得知歐幾里得如何得證質數有無限多個，也勾起了艾狄胥對數論，這位「數學之后」終身的興趣，這一點從第八章內文中所提，艾狄胥寫過的論文中，篇幅最多的是數論。第四章作者從「七橋問題」帶出好友克雷恩的問題，最後由艾狄胥與茲肯瑞斯利用「拉姆西定理」解決，從而有一個快樂的結局。這樣的筆法，大概也是為數學力較弱的讀者巧妙的安排。

台大教授張海潮說：「作者非常清楚，描繪艾狄胥的一生若略過數學，必然流於空泛。」雖然作者沒有提到艾狄胥一些論文中所解決的一堆難題，但也正因為如此，才可以成為一本稍為可以為高中或大學生對數學有興趣的人看的一本科普的書籍。而作者筆法的技巧，應該可以將艾狄胥與數學美妙的「糾葛」呈獻的既不艱澀，且富含趣味與知性，實為可推薦的書籍。

最後想說的是，筆者未看本書前，真不知保羅·艾狄胥是誰？看完之後，才知道自己這位井底之蛙，真的很孤陋寡聞。不過，看完之後至少應該有貼近大師一點點，二十世紀有這位大師在，更將數學的研究方法，從獨立研究，推展到合作研究，讓數學概念或想法的進程加速，艾狄胥對高斯的負面教訓頗為自覺。如作者所言，高斯死後數年，人們發現高斯的筆記本裡的摘要當初若被發表，可使數學提升數十年。而從本書中我們可以清楚的感受到，這種事艾狄胥是絕對不容許發生的，感覺的到，所有能讓數學進一步發展的工作，相信大師一定會想去試試看。用一句大師說過的話：「在這一方面，我不想步高斯的後塵。」也看得出大師自我期許超越高斯。

本書內容，深入簡出，相信可以讓讀者看到一個喜愛數學、無我無私的典範。相信也可鼓舞年輕人對數學燃起一些熱情。期許後進成為「艾狄胥數 N 號」（希望 N 是有限數）。

參考文獻

- Bruce Schechter (曾蕙蘭中譯)(1999). 《不只一點瘋狂—天才數學家艾狄胥傳奇》
(譯自 *My Brain Open: The Mathematical Journeys of Paul Erdős*, 1998), 台北：
先覺出版社。
- 梁宗巨 (2000). 《數學誕生的故事》台北：九章出版社。

優秀數學科普作品指標

一、評價方式

指標以五顆星☆☆☆☆☆為最高品質。

1. 知識的實質內容 (Intellectual substance of knowledge)
 - (1) 認識論面向 (Epistemological aspect) ☆☆☆☆

有關概念發生 (genesis) 與發展 (development) 過程之啓發。

(2) 方法論面向 ☆☆☆

譬如：同一方法可「同時」導致發現 (discover) 並用以核證 (justify)，從而充滿著說明 (explain) 的功能。

(3) 歷史或演化面向 (Historical or evolutionary aspect) ☆☆☆☆

凸顯數學知識的演化面向，強調數學成長的歷史意義。

(4) 哲學面向 (Philosophical aspect)：☆☆☆

包含數學知識的本質，譬如柏拉圖主義 (Platonism)、擬經驗論 (quasi-empiricism)、建構主義 (constructivism) 等主張之討論。

(5) 教育改革面向 (Education reform aspect)：☆☆☆

譬如改革議題、人格成長之啓發。

2. 形式或表達 (Form or representation)

(1) 創新手法 (Innovative approach: new story on old stuffs) ☆☆☆☆

譬如，在舊題材上，說一個新的故事。

(2) 數學知識的洞察力 (或洞識) (Insight into mathematical knowledge: inspiring and revealing) ☆☆☆☆

數學感，對數學知識有深刻的領悟。

(3) 歷史事實的洞察力 (或洞識) (Historical insight or a sense of history) ☆☆☆

譬如：能不能體會歷史發展之意義？

(4) 異文化的啟蒙意義 (Enlightening in cultural mathematics) 不適用

譬如：有關非西方主流數學發展之意義。

(5) 忠實可靠的參考文獻 (Integrity with references) ☆☆

譬如：參考文獻與資料是否合宜，是否引用即時而不過時文獻？(如 E. T. Bell 的《大數學家》)

(6) 敘事的趣味性、可及性與一貫性 (Narrative in an interesting, accessible and coherent way) ☆☆☆

譬如：會不會說故事？數學洞識與歷史洞察如何有機地結合？

(7) 中譯本的品質 (Quality of Chinese translation version, if needed) ☆☆☆

翻譯正確 (含數學專有名詞及其他相關概念、歷史敘事的可靠)、中文流暢、語氣貼近等等。

3. 內容與形式如何平衡 (Balance in Content vs. Form)

(1) 青少年層次 (for adolescence)：☆☆☆

(2) 一般社會大眾 (for general public)：☆☆☆

4. 摘錄本書最精彩片段 (excerpt from the most exciting passage)：

電話鈴聲通常在午夜時分或天亮前一小時左右響起……奇怪的是，數學家好像都不會計算時差。最典型的狀況是，電話接起，一個濃重的口音貿然開口：「我是從柏林打來的，我要找艾狄胥。」

「他還沒到。」

「他在哪裡？」

「我不知道。」

「你爲什麼不知道？」喀！

數學家通常對社交禮儀所知有限。

六十多年來，當世界各地的數學家正在大作抽象美夢時，經常會被類似的電話吵醒；這還只是艾狄胥造訪的前奏曲。接下來幾天，電話的頻率會逐漸升高，到了接機日當天，終於攀升到最高點。在機場裡，艾狄胥終於現身。他體型矮小佝僂，身上穿著陳舊走型的西裝，雙手緊握著兩只似乎裝滿全部家當的小行李箱。一走下飛機，他便向接機的數學家們宣告：「我的大腦敞開了！」

他周遊於數學會議、大學校園，以及企業智囊團之間，行跡數十萬哩。他常說：「換個屋頂，換個證明。」(Another roof, another proof.) 其他數學家則說：「想見艾狄胥嗎？只管留下來等著瞧，他會出現的。」艾狄胥一路走來，在臨時辦公室裡、客房中和機艙間，寫下了一千五百多份論文、書籍和文章，數量遠超過世上任何數學家。他的部分作品更成爲二十世紀的偉大經典，開闢了全新的境界，神迷後代數學界眾生，啓迪了無數數學心靈。

艾狄胥嚴厲責備哥岱爾說：「你成爲數學家，是爲了讓人研究你，而不是讓你來研究萊布尼茲。」

他調侃自己的遭遇說：「美國的對外政策有兩點堅持，一是不准中共進入聯合國，一是不准艾狄胥進入美國。」

