

《幾何原本》中的尺規作圖

洪萬生

台灣師範大學數學系

台灣數學博物館 (MTM)

台灣數教育學會 (TAME)

正三角形 (equilateral triangle)

- 全書的第一個命題 (proposition) (I.1)
- 作圖題的意義
- David Joyce 的網站：
- <http://www.math.clarku.edu/~djoyce>
- 為甚麼三角形利用「角」(angle) 來命名，而四邊形 (quadrilateral) 卻利用「邊」(lateral) 來命名？

正方形 (square)

- 正方形的尺規作圖 (命題I.46) (第一冊第46命題)
- 本命題之必要安排乃是為了命題 I.47 的畢氏定理
- 何以距離第1命題那麼遠？不是可以依此類推嗎？
- 證明之必要！**以我身高為準！**
- 證明不是為了取代直觀論證 (含摺紙等活動)，而是讓吾人更加理解 (intelligent)！

正 5、6、15 邊形之尺規作圖

- 正 5、6、15 邊形之作圖都安排在第IV冊 (Book IV)，依序是命題 11、15、16。它們都利用了**三角形外接圓**的基本性質。
- 本書作圖之極致！
- 為何正 5 邊形？
- 正 6 邊形
- 正 15 邊形可以作圖的證明！
- **歐幾里得的留白**：如再應用命題III.30（將一個圓弧二等分），則馬上可以得到下列圖形的尺規作圖：正8, 10, 12, 16, 20, 24, 30 邊形。

到正 15 邊形為止

- 正 7 邊形？
- 正 8 邊形！
- 正 9 邊形？
- 正 10 邊形！
- 正 11 邊形？
- 正 12 邊形！
- 正 13 邊形？
- 正 14 邊形？

正 17 邊形

- 正 7 邊形無法尺規作圖，然則正 17 邊形呢？
- 十九歲的高斯 (Carl F. Gauss) 做了什麼？

尺規作圖的充要條件為何？

- 座標和幾西幾何之意義
- 費馬和笛卡兒的貢獻
- 幾何與代數的互通有無

- 我也非常喜歡「留白」！

鄭重推薦一本小書！

- **B. 波尔德 (Benjamin Bold)**，《著名几何問題及其解法：尺規作圖的歷史》(Famous Problems of Geometry and How to Solve Them)，北京：高等教育出版社。
- 本書英文版於 1969 年問世！應該是SMSG參考叢書之一，SMSG是1970年代的新數學
- 本書中譯本列入丘成桐中學數學獎推薦參考書